

**Mechanik der Flüssigkeiten**

**Kolbendruck:**

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

**Schweredruck:**

$$p = \rho g h$$

Gesamtdruck:

$$p_G = p_S + \rho g h$$

**Auftriebskraft:**

$$F_A = V \rho g = \Delta m_{FL} g$$

waagrecht rotierende

**Flüssigkeitssäule:**

$$y = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

**Austrittsgeschw. aus einer Flüssigkeitssäule:**

$$v_i = \sqrt{2gh_i}$$

waagrechte Spritzweite:

$$s_i = \sqrt{4 * h_i (H - h_i)}$$

**Oberflächenspannung:**

(spez. Oberflächenenergie)

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F}{2l}$$

**Abfallender Tropfen**

aus einem Zylinder:

$$F_G = F_\sigma$$

$$F_\sigma = \pi d \sigma$$

$$F_G = \rho g V_T = m_T g$$

**Überdruck einer Blase:**

$$p = \frac{2\sigma}{r}$$

**Kapillarität:**

Kapillardruck:

$$p = \frac{2\sigma}{r_K} = h \rho g$$

Steighöhe:

$$h = \frac{2\sigma * \cos \alpha}{\rho * g * r}$$

**reibungsfreie Strömungsgeschwindigkeit**

durch Röhren:

$$V = Avt$$

Durchflussgleichung:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = const.$$

**Viskosität (Zähigkeit):**

$$F_R = \frac{\eta A v}{d}$$

Viskosität einer dünnen Platte:

$$F_R = \frac{\eta * 2A * v}{d}$$

**laminare Strömung um eine Kugel:**

$$m * a = F_G - F_A - F_R$$

$$F_R = 6\pi * \eta * r * v$$

Stokesche Gesetz:

$$\eta = \frac{2(\rho_K - \rho_{Fl})gr^2}{9 * v}$$

p : Druck in der Tiefe h

$$[p] = \text{Pa} = \text{Nm}^{-2}$$

p von 10 m Wassersäule  $\approx 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$

p<sub>S</sub>: Stempeldruck der Erdlufthülle = 1.013 bar

ρ : Dichte der Flüssigkeit [ρ] = kg m<sup>-3</sup>

h : Höhe der Flüssigkeitssäule [h] = m

V : Volumen des Körpers in der Flüssigkeit

Δm<sub>FL</sub>: Masse der verdrängten Flüssigkeitsmenge

y : Steigung der Flüssigkeitssäule [y] = m

ω : Winkelgeschwindigkeit [ω] = s<sup>-1</sup>

r : Radius der rotierenden Flüssigkeitssäule

g : Fallbeschleunigung = 9.81 ms<sup>-2</sup>

h<sub>i</sub> : Tiefe des Lecks unter der Wasseroberfläche

H : Gesamttiefe der Flüssigkeitssäule

σ : Oberflächenspannung [σ] = Jm<sup>-2</sup> = Nm<sup>-1</sup> = kgs<sup>-2</sup>

l: Länge der Randlinie [y] = m

ΔW: Arbeit zur Oberflächenänderung

ΔA: Vergrößerung der Oberfläche

F: nötige Kraft zur Oberflächenvergrößerung

F<sub>σ</sub> : haltende Kraft am Zylinder [F] = N

F<sub>G</sub> : Gewichtskraft des Tropfens [F] = N

d : Aussendurchmesser des Zylinders [y] = m

m<sub>T</sub> : Masse des Tropfens [m] = kg

p : Überdruck in der Blase [p] = Pa

r : Radius des Blase [r] = m

h : kapillare Steighöhe [h] = m

α : Randwinkel, cos α = r<sub>K</sub>/r [α] = Grad

r : Radius des Röhrchens [r] = m

ρ : Dichte der Flüssigkeit [ρ] = kg m<sup>-3</sup>

r<sub>K</sub> : Radius der kugelförmigen Flüssigk.oberfläche

V : Volumen der durch den Querschnitt strömenden Flüssigkeit

t : Zeitdauer der Strömung

A : Querschnitt des Rohres an einer Stelle

v : Geschwindigkeit im Rohr an einer Stelle

η : dynamische Viskosität [η] = Pa s<sup>-1</sup>

F<sub>R</sub> : innere Reibungskraft [F<sub>R</sub>] = N

d : Abstand der verschobenen und der festen Begrenzungsflächen voneinander

v : Relativgeschw. zwischen den Flächen

A : Behrungsfläche [A] = m<sup>2</sup>

F<sub>G</sub> : Gewichtskraft, F<sub>G</sub> = m \* g [F<sub>G</sub>] = N

F<sub>A</sub> : Auftriebskraft, F<sub>A</sub> = Vρ<sub>Fl</sub>g [F<sub>A</sub>] = N

ρ<sub>K</sub> : Dichte der Kugel [ρ] = kg m<sup>-3</sup>

ρ<sub>Fl</sub> : Dichte der Flüssigkeit [ρ] = kg m<sup>-3</sup>

r : Radius der Kugel [r] = m

v : Sinkgeschw. der Kugel [v] = m s<sup>-1</sup>

Fortsetzung: *Mechanik der Flüssigkeiten*

**laminare Strömung durch ein Rohr (Zylinder):**

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4l * \eta} (r^2 - a^2)$$

$$V = \frac{\pi * \Delta p * t * r^4}{8 * \eta * l}$$

Gesetz von Hagen-Poiseuille:

$$\Re_e = \frac{\rho * l * v}{\eta}$$

**Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz:**

Zwei Strömungen sind einander ähnlich, wenn:

1. Die geometrischen Verhältnisse in beiden Fällen dieselben sind.
2. Ihre Reynolds-Zahlen übereinstimmen

**Druck in reibungsfreier Strömung:**

$$p_{Ges} = p + \frac{\rho v^2}{2} = const$$

$$v = \sqrt{\frac{2(p_{Ges} - p)}{\rho}}$$

**Widerstand realer Strömungen:**

$$F_w = c_w \frac{A * \rho * v^2}{2}$$

- v : Geschw. im Abstand a vom Rohrmittelachse
- $\Delta p$  : Druckunterschied zwischen den Rohrenden
- a : Radius zum Abstand a der Rohrmittelachse
- r : Innenradius des Rohres [r] = m
- l : Länge des Rohres [l] = m
- $\eta$  : dynamische Viskosität [ $\eta$ ] = Pa s<sup>-1</sup>
- t : Zeitdauer des Flusses [t] = s
- V : Volumen der durchströmenden Flüssigkeit
- $\rho_{Fl}$  : Dichte der Flüssigkeit [ $\rho$ ] = kg m<sup>-3</sup>
- v : Geschw. der Strömung [v] = m s<sup>-1</sup>
- $\Re_e$  : Reynoldszahl [ $\Re_e$ ] = 1
- $\Re_{krit.} \approx 2300$ , darunter ist die Strömung in einem Rohr laminar, darüber wird sie turbulent
- $p_{Ges}$  : Gesamtdruck [ $\eta$ ] = Pa
- p : statischer Druck [ $\eta$ ] = Pa
- $\rho$  : Dichte des Mediums [ $\rho$ ] = kg m<sup>-3</sup>
- v : Geschwindigkeit des strömenden Mediums
- $F_w$  : Strömungswiderstand [ $F_w$ ] = N
- $c_w$  : Widerstandsbeiwert, abhängig von der Form des umströmten Körpers [ $c_w$ ] = 1
- A: grösste der Strömung entgegenstehende Fläche

**Mechanische Schwingungen**

**Mathematisches Pendel:** (punktförmige Masse an masselosem Faden, Auslenkung klein), sonst **Physikalisches Pendel:**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{mgs}}$$

**Gedämpfte Schwingung:**

$$\ddot{y} + 2\delta \dot{y} + \omega_0^2 y = 0$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

veränderte Kreisfrequenz:

$$y = A_0 * e^{-\delta t} \sin \alpha t$$

Elongation zur Zeit t:

Amplitude einer **erzwungenen Schwingung:**

$$A(\Omega) = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\delta\Omega)^2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{2\delta * \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

**Gekoppelte Schwingung:** bei schwacher Kopplung

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

- T : Schwingungsdauer = 1/f [T] = s
- l : Pendellänge [l] = m
- g : Fallbeschleunigung = 9.81 ms<sup>-2</sup>
- $J_A$  : Trägheitsmoment [J] = kgm<sup>2</sup>
- m : Masse des pendelnden Körpers [m] = kg
- s : Abstand Drehpunkt Schwerpunkt im Körper
- y : Elongation zur Zeit t [y] = m
- $A_0$  : Anfangsamplitude [ $A_0$ ] = m
- $\delta$  : Dämpfungskoeffizient = r / 2m [ $\delta$ ] = s<sup>-1</sup>
- $\omega_0$  : Kreisfrequenz am Anfang [ $\omega$ ] = rad
- $\omega$  : Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung
- t : Zeit [t] = s
- A : Amplitude der Schwingung
- $\omega_0$  : Eigenfrequenz  $\omega_0 = \sqrt{f/m}$
- $\omega$  : Kreisfrequenz der gedämpften S.
- $\Omega$  : Erregeramplitude
- $\delta$  : Dämpfungskoeffizient = r / 2m
- $\varphi$  : Phasenverschiebung

- T : Schwingungsdauer
- $\omega_1$  : Kreisfrequenz der einen Schwingung
- $\omega_2$  : Kreisfrequenz der anderen Schwingung

**Mechanische Wellen, Schall**

Longitudinalwellen (Längswellen): Verdichtungen und Verdünnungen wechseln einander ab.  
 Transversalwellen (Querwellen) : Wellenberge und Wellentäler wechseln einander ab

**Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle:**  $c = \lambda * f$  c : Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle [c] = m s<sup>-1</sup>  
 Wellenzahl:  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$  λ : Wellenlänge [λ] = m  
 f : Frequenz [f] = Hz =s<sup>-1</sup>  
 k : Wellenzahl [λ] = m<sup>-1</sup>  
 Geschwindigkeit einer Seilwelle (Querwelle):  $c = \sqrt{\frac{F}{\rho * A}}$  F : Spannkraft des Seiles, Saite... [F] = N  
 A : Querschnitt des Seiles, Saite... [A] = m<sup>2</sup>  
 ρ : Dichte [ρ] = kg m<sup>-3</sup>  
 Geschwindigkeit einer Längswelle imFestkörper:  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  E : Elastizitätsmodul [E] = Pa

erlaubte **Schwingungsfrequenzen:**  $v_n = \frac{cn}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho * A}}$  n : Anzahl Schwingungsknoten [n] = 1  
 v<sub>n</sub>: mögliche Obertöne mit n > 1 [v<sub>n</sub>] = Hz =s<sup>-1</sup>  
 v : Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Buckels  
 Wellengleichung:  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$  y : Elongation [y] = m  
 I : Intensität [I] = W m<sup>-2</sup>  
**Intensität & Energiedichte** einer Welle:  $I = w * c = \frac{c\rho\omega^2 \hat{y}^2}{2}$  w : Energiedichte [w] = J m<sup>-3</sup>  
 ω : Kreisfrequenz [ω] = rad  
 y : Amplitude [y] = m

**Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten:**  $c = \sqrt{\frac{1}{\kappa\rho}}$  c : Schallgeschwindigkeit [c] = m s<sup>-1</sup>  
 κ : Kompressibilität, κ = 1 / K [κ] = Pa<sup>-1</sup>  
 ρ : Dichte [ρ] = kg m<sup>-3</sup>  
 Schallgeschwindigkeit in Gasen:  $c = \sqrt{\frac{\chi p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\chi RT}{M}}$  p : Gasdruck [p] = Pa  
 M: Molmasse des Gases [M] =kgmol<sup>-1</sup>  
 R : universelle Gaskonstante = 8.31 JK<sup>-1</sup>mol<sup>-1</sup>  
 χ : Adiabatenzahl: - für 1-atomige Gase (He,Ne ...) χ = 5/3  
 - für 2-atomige Gase (N<sub>2</sub>,O<sub>2</sub>,Luft ...) χ = 7/5  
 - für mehratomige Gase (NH<sub>3</sub>,CH<sub>4</sub> ...) χ = 8/6

**Schallpegel (Dezibel):**  $L_p = 10 * \lg \frac{J}{J_0}$  L<sub>p</sub>: Schallpegel [L<sub>p</sub>] = dB  
 J : Schallintensität, J = P/A [J] = W m<sup>-2</sup>  
 J<sub>0</sub> : Bezugsschallintensität, J<sub>0</sub> = 10<sup>-12</sup> W m<sup>-2</sup>  
 Lautstärke (Phon):  $L_s = k(v) * \lg \frac{J}{J_0}$  k : Koeffizient zur Anpassung, bei 1 kHz = 10  
 L<sub>s</sub>: (physiologische) Lautstärke [L<sub>s</sub>] = Phon

**Doppler-Effekt:**  $f_E = f_S \frac{c - v_E}{c - v_S}$  f<sub>S</sub> : vom Sender abgestrahlte Frequenz  
 f<sub>E</sub> : vom Empfänger aufgenommene Frequenz  
 c : Schallgeschwindigkeit  
 v<sub>S</sub>: Geschwindigkeit des Senders  
 v<sub>E</sub>: Geschwindigkeit des Empfängers  
 Vereinfachung, falls v<sub>E</sub> << c und v<sub>S</sub> << c  $f_E = f_S \left(1 + \frac{\Delta v}{c}\right)$  α : Öffnungswinkeldes Machschen Kegels  
 v : Geschwindigkeit des Körpers  
 M: Mach-Zahl, Mach 2 = doppelte Schallgeschw.  
**Machscher Kegel bei Überschall:**  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{c}{v} = \frac{1}{M}$